

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ФИЗИОЛОГИЯ
ЧЕЛОВЕКА

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

1

МОСКВА · 1988

УДК 612.825:612.822

**ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ
ПРИ ЦИФРОВОМ СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ ЭЭГ***Майоров О. Ю., Глухов А. Б.*

В настоящее время компьютерные методы анализа суммарной биоэлектрической активности (ЭЭГ, ЭСКоГ) переживают качественно новый этап эволюции, обусловленный бурным развитием вычислительной техники [1—4]. Начиная с первых нейрофизиологических исследований с использованием корреляционного и спектрального анализа и до настоящего времени делаются многочисленные попытки совершенствования методики статистического анализа ЭЭГ и, в частности, выбора параметров оценивающих функционалов [5—7]. Тем не менее, как показывает анализ литературных данных, многие вопросы еще не получили достаточного решения. Так, в нейрофизиологической литературе крайне противоречивы или отсутствуют сведения о выборе таких параметров, как длительность анализируемого отрезка ЭЭГ (T), частота дискретизации, величина τ_m максимального временного сдвига корреляционной функции и оценки погрешности определения спектральной плотности. В ряде работ выбор параметров проведен эмпирически, без основания, по-видимому, они позаимствованы из других работ. Другие авторы выбор значений переменных вынуждены соотносить с ограничениями, обусловленными техническими характеристиками используемой ЭВМ. С таким подходом нельзя согласиться, так как неверный выбор параметров значительно искажает результаты спектрального анализа ЭЭГ, что в свою очередь влияет на правильность физиологической или клинической интерпретации получаемых результатов.

Настоящая статья посвящена обоснованию выбора основных параметров цифрового спектрального анализа суммарной биоэлектрической активности головного мозга (ЭЭГ, ЭСКоГ) и оценке погрешности определения спектральной плотности в случае стационарных эргодических сигналов.

Есть много случаев, когда биоэлектрическую активность структур головного мозга можно считать стационарной в пределах анализируемого промежутка времени. В первую очередь это исследование стойких патологических состояний человека и животных, экспериментальное моделирование патологии высшей нервной деятельности, изучение устойчивых состояний здорового мозга и др.

Рекомендации о параметрах спектрального анализа зависят от способа определения спектральных характеристик по ЭЭГ.

При нейрофизиологических исследованиях часто представляет интерес только часть спектра биоэлектрической активности в диапазоне частот от 0 до f_c . Так, во многих случаях бывает достаточно определить часть спектра от 0 до 30 Гц, хотя в реальной биоэлектрической активности присутствуют и более высокие частоты [8]. В этом случае целесообразна фильтрация биосигнала, позволяющая использовать больший интервал дискретизации для сокращения объема вычислений при корреляционном и спектральном анализе. Аналоговый фильтр электроэнцефалографа в некоторой степени решает эту задачу, однако обычно максимальная частота ЭЭГ-сигнала оказывается больше f_c . В этом случае можно использовать дополнительную цифровую фильтрацию уже ЭЭГ-сигнала. При указанных типичных условиях возможна следующая последовательность определения спектральных характеристик по ЭЭГ: аналого-цифровое преобразование ЭЭГ-сигнала; центрирование преобразованного дискретного сигнала; цифровая фильтрация и, если целе-

сообразно, увеличение интервала дискретизации (путем децимации); вычисление оценки $\hat{R}(\tau)$ корреляционной функции $R(\tau)$ фильтрованного ЭЭГ-сигнала для значений $\tau = kh$, где h — интервал дискретизации, $k = 0, 1, \dots, m$, $mh = \tau_m$; вычисление сглаженной оценки $\hat{S}(f)$ спектральной плотности $S(f)$ исходного биосигнала на основе значений $\hat{R}(\tau)$ при $\tau = kh$ [9].

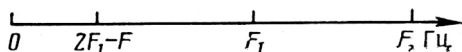
Для указанной последовательности обработки ЭЭГ ниже мы приводим обоснование выбора некоторых параметров анализа.

Как известно, интервал дискретизации при обработке аналогового сигнала по его дискретным отсчетам определяется по формуле

$$\Delta t = \frac{1}{2F}, \quad (1)$$

где F — максимальная частота ЭЭГ-сигнала.

Если $f_c < F$, то мы предлагаем увеличение интервала дискретизации по сравнению с формулой (1) без ущерба для качества анализируемого



Схема, иллюстрирующая выбор частоты дискретизации с учетом явления «подмены частот» F_1 — частота первичной дискретизации; F — максимальная частота сигнала; $2F_1 - F \gg f_c$

участка спектра. В этом случае интервал дискретизации может быть выбран равным Δt_1 :

$$\Delta t_1 = \frac{1}{2F_1}, \quad (2)$$

где F_1 — некоторая частота ($F/2 < F_1 < F$), которая определяется следующими соображениями. При интервале дискретизации Δt_1 присутствующие в преобразуемом сигнале частоты в диапазоне от F_1 до F будут «наложены» на участок спектра от $2F_1 - F$ до F (рисунок). Тогда именно этот участок спектра будет искажен — явление «подмены частот» [9]. При этом начальный участок спектра от 0 до $2F_1 - F$ искажен не будет. Следовательно, частота F_1 может быть выбрана из условия $2F_1 - F \gg f_c$, т. е. $F_1 \gg \frac{f_c + F}{2}$. Можно принять $F_1 = \frac{f_c + F}{2}$.

Например, если $f_c = 30$ Гц, $F = 150$ Гц, то, согласно формуле, $F_1 = 90$ Гц. Следовательно, можно использовать интервал дискретизации $\Delta t_1 = \frac{1}{180}$ с вместо интервала $\Delta t = \frac{1}{300}$ с, определенного по формуле (1).

Большое значение для точности спектральной оценки имеет правильный выбор T и величины τ_m .

В нейрофизиологической литературе используется необоснованно широкий диапазон этих параметров. Можно встретить значение T от 4 с до 5 мин, значения τ_m от 0,25 до 2 с [5, 6, 10]. Приведем обоснование выбора τ_m .

Среднеквадратическая ошибка ε спектральной оценки $\hat{S}(f)$ определяется формулой

$$\varepsilon^2(f) = \delta^2(f) + D(f),$$

где $\delta(f)$ — систематическая ошибка (смещение) спектральной оценки, $D(f)$ — дисперсия спектральной оценки $\hat{S}(f)$.

Систематическая погрешность спектральной оценки определяется формулой

$$\delta(f) = S(f) - M[\hat{S}(f)],$$

где M — символ математического ожидания. При исходных данных, ха-

рактрных для ЭЭГ, ниже приводятся рекомендации об оценке смещения $\delta(f)$ в предположении, что ЭЭГ-сигнал имеет нулевое математическое ожидание.

Смещение спектральной оценки можно представить как сумму двух составляющих:

$$\delta(f) = \delta_1(f) + \delta_2(f).$$

Составляющая $\delta_1(f)$ учитывает влияние на смещение сглаживания

$$\delta_1(f) = S(f) - L(f), \quad (3)$$

где $L(f)$ — преобразование Фурье произведения $R(\tau)\omega(\tau)$ корреляционной функции и сглаживающего корреляционного окна $\omega(\tau)$. Составляющая $\delta_2(f)$ учитывает влияние квантования по времени при вычислении спектральной оценки

$$\delta_2(f) = L(f) - \sum_{k=-m}^m R(kh)\omega(kh) \cos(2\pi fkh). \quad (4)$$

Здесь h — выбранный интервал дискретизации.

Смещение спектральной оценки можно определить, если известен тип корреляционной функции сигнала и задано сглаживающее окно. Составляющую $\delta_1(f)$ можно определить в результате анализа разности в формуле (3). Для определения составляющей $\delta_2(f)$ можно предложить следующий способ. Сумма в правой части равенства (4) представляет собой дискретное преобразование Фурье $L_d(f)$ произведения $R(\tau)\omega(\tau)$. При интервале дискретизации h (не обязательно выбранном в соответствии с формулами (1) или (2)) дискретное преобразование Фурье $L_d(f)$ получается в результате так называемого наложения частот на основной интервал от частоты $-F'$ до частоты F' , где $F' = \frac{1}{2h}$. Наложение частот для четной функции, каким является произведение $R(\tau)\omega(\tau)$, описывается следующим равенством:

$$L_d(f) = L(f) + \sum_{n=1}^{\infty} (L(2nF' - f) + L(2nF' + f)) \text{ при } |f| < F'.$$

Следовательно, для составляющей $\delta_2(f)$ при $|f| < F'$ имеет место формула

$$\delta_2(f) = - \sum_{n=1}^{\infty} (L(2nF' - f) + L(2nF' + f)). \quad (5)$$

Таким образом, для определения составляющей $\delta_2(f)$ достаточно учесть значения непрерывного преобразования Фурье $L(f)$ для частот $2nF' \pm f$, $n=1, 2, \dots$. Следует заметить, что такой способ определения смещения не базируется на предположении о равенстве нулю спектральной плотности $S(f)$ вне некоторого интервала частот.

Для определения характерной корреляционной функции ЭЭГ-сигнала нами был проведен анализ суммарной биоэлектрической активности головного мозга, зарегистрированной на магнитную ленту 14-канального магнитографа Н048. Записанные сигналы подвергали аналого-цифровому преобразованию, центрированию, фильтрации и последующему корреляционному и спектральному анализу на ЭЦВМ ЕС 1060. Анализ коррелограмм показал, что обычно они имеют вид затухающих колебаний некоторой частоты ν и корреляционные функции $R(\tau)$ достаточно точно аппроксимируются зависимостью

$$R(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos(2\pi\nu\tau), \quad (6)$$

где параметры σ^2 , α , ν зависят от локализации отводящего электрода и функционального состояния исследуемой области головного мозга.

Ниже предлагается оценка смещения $\delta(f)$ для сигналов с корреляционной функцией (6). Эта погрешность зависит от частоты. По-види-

Систематическая погрешность (смещение) спектральной оценки для типовых сглаживающих окон при $R(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos(2\pi\nu\tau)$

Сглаживающее окно	Верхняя граница абсолютной величины смещения
Хеннинга	$\frac{\sigma^2}{\alpha} \left[\frac{1}{1+0,101(\alpha\tau_m)^2} \cdot \frac{1+e^{-\alpha\tau_m}}{2} + \frac{e^{-\alpha\tau_m}}{4} (A+B) + 0,25B + \Gamma \right]$
Хемминга	$\frac{\sigma^2}{\alpha} \left[\frac{0,46+0,54e^{-\alpha\tau_m} + 8,11 \cdot 10^{-3} (\alpha\tau_m)^2 e^{-\alpha\tau_m}}{1+0,101(\alpha\tau_m)^2} + e^{-\alpha\tau_m} (0,23A+0,08\Gamma + 0,08 \frac{\mu}{\mu^2+1}) + 0,08\Gamma + 0,23B \right]$
Бартлетта	$\frac{\sigma^2}{\alpha} \left[\frac{1-e^{-\alpha\tau_m}}{\alpha\tau_m} + \left(1 + \frac{1+e^{-\alpha\tau_m}}{\alpha\tau_m} \right) \Gamma \right]$
Парзена	$\frac{\sigma^2}{\alpha} \left[\frac{12}{(\alpha\tau_m)^2} \left(1 - \frac{3}{\alpha\tau_m} + \frac{4}{\alpha\tau_m} \cdot e^{-\frac{\alpha\tau_m}{2}} - \frac{1}{\alpha\tau_m} e^{-\alpha\tau_m} \right) + 12,0 \Delta \right]$

Примечание.

$$A = \frac{1}{8\alpha\tau_m} \left[\frac{\mu^2-1}{(\mu^2+1)^2} + \frac{\rho^2-1}{(\rho^2+1)^2} \right]; \quad B = \frac{1}{\alpha\tau_m} \left(\frac{\kappa}{(1+\kappa^2)^2} + \frac{\rho}{(1+\rho^2)^2} \right), \quad \xi = \frac{2F'}{\alpha};$$

$$\Delta = 10^{-3} \left[\frac{1}{(\alpha\tau_m)^2} \left(\frac{14,3}{\xi^4} + \frac{4,45}{\mu^4} \right) + \frac{2,11}{\mu^2} + \frac{12,3}{\xi^2} \right]$$

$$\Gamma = \frac{0,823}{\xi^2} + 4 \frac{\mu\nu/\alpha}{(1+\mu^2)^2}; \quad \kappa = \frac{2F'-2\nu-\lambda}{\alpha}, \quad \mu = \frac{2F'-2\nu}{\alpha}, \quad \rho = \frac{2F'+2\nu-\lambda}{\alpha}, \quad \lambda = \frac{1}{2\tau_m}.$$

тому, ее максимум приходится на ту частоту, где достигается наибольшее значение спектральной плотности. Это самый неблагоприятный случай; — на других частотах величина $\delta(f)$ будет, вероятно, меньше.

Для сигнала с корреляционной функцией (6) спектральная плотность $S(f)$, как нетрудно показать, имеет максимум на частоте f_0 , определяемой равенством

$$\frac{f_0^2}{\nu^2} = 2 \sqrt{\gamma^2 + 1} - \gamma^2 - 1, \quad \text{где } \gamma^2 = \frac{\alpha}{2\pi\nu}.$$

Для ЭЭГ обычно $\gamma < 1$, в этом случае $\frac{f_0^2}{\nu^2} \cong 1$, причем абсолютная погрешность

этого приближенного равенства меньше $\gamma^2/4$. В связи с этим нам представляется целесообразным оценивать смещение $\delta(f)$ его величиной на частоте ν , оценка на этой частоте к тому же наиболее проста.

В таблице приведены оценки смещения $\delta(f)$ на частоте $f=\nu$ для сигналов с корреляционной функцией (6), рассчитанные на основе формул (3) и (5) при $\alpha\tau_m \geq 1,5$ и $\nu/\alpha \geq 0,25$ для четырех наиболее распространенных сглаживающих корреляционных окон. При этом предполагается, что не только частота ν , но и частота 2ν принадлежит основному интервалу частот при квантовании по времени с шагом h , т. е. предполагается $2\nu < F'$. Для сопоставления этих оценок смещения с наибольшим значением спектральной плотности $S(f)$ можно принять во внимание, что это наибольшее значение, во всяком случае, превосходит величину $1/\alpha$, которая является множителем во всех оценках, приведенных в таблице.

Как следует из приведенных в таблице выражений, смещение спектральной оценки уменьшается при увеличении τ_m . Располагая полученными выражениями, можно выбрать приемлемое значение τ_m при заданном сглаживающем окне. Расчет оценки смещения $\delta(\nu)$ для сглаживающего окна Хеннинга иллюстрирует это положение. Пусть $\alpha=9$, $\nu=8$ Гц, $F'=40$ Гц (следовательно, $h=1/2F'=1,25 \cdot 10^{-2}$ с). Тогда при $\tau_m=0,5$ с (наиболее часто используемое в нейрофизиологических рабо-

тах значение) абсолютная величина смещения не превосходит 17% наибольшего значения спектральной плотности, при $\tau_m = 1$ с — меньше 5,5%.

Из приведенных в таблице выражений следует также, что смещение несколько возрастает, если частота ν приближается к граничной частоте F' основного интервала частот при квантовании по времени с шагом h .

Таким образом, смещение спектральной оценки зависит от τ_m . Именно это обстоятельство и обуславливает выбор данного параметра. В то же время T не влияет на величину смещения. Этот параметр тесно связан с дисперсией D_f . Поэтому, выбрав τ_m , можно перейти к определенной значению T из условия обеспечения приемлемой дисперсии $D(f)$ спектральной оценки. Дисперсия спектральной оценки рассмотрена в ряде работ [11—13]. Чтобы завершить иллюстрирующий пример, определим T для сглаживающего окна Хеннинга. Для простоты воспользуемся формулой $\tilde{D}(f) = 3/4 \frac{\tau_m}{T} \cdot S^2(f)$ [13], которая определяет дисперсию спектральной оценки для окна Хеннинга, но без учета квантования сигнала по времени. Если исходить из допустимой погрешности $\sigma(f) = \sqrt{D(f)} = 0,1 S(f)$, т. е. 10%, то из приведенной для окна Хеннинга формулы следует неравенство $\frac{\tau_m}{T} \leq 1,33 \cdot 10^{-2}$. При $\tau_m = 1$ с отсюда следует, что необходимая длительность анализируемого отрезка ЭЭГ больше или равна 75 с. Если сравнить рекомендуемое выше T с используемыми рядом авторов для анализа ЭЭГ значениями T от 4 до 10 с, то становится понятным, что $\sigma(f)$ в этих работах значительно превышает 10%-ный уровень.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для цифрового спектрального анализа ЭЭГ предложен способ выбора некоторых параметров. Во-первых, рассмотрен выбор интервала дискретизации ЭЭГ-сигнала для типичных условий, когда исследователя интересует начальный участок спектра от 0 до f_c , а максимальная частота этого спектра больше f_c . В этом случае интервал дискретизации можно выбрать большим, чем в соответствии с теоремой Котельникова, из условия, чтобы избежать лишь «наложения» частот в интервале от 0 до f_c . Во-вторых, для характерной корреляционной функции фильтрованного ЭЭГ-сигнала предложены выражения для оценки смещения $\delta(f)$, которые позволяют обоснованно выбрать величину τ_m . Подобранным таким способом τ_m можно затем определить T исходя из условия обеспечения допустимой погрешности $\sigma(f)$ спектральной оценки.

Следует подчеркнуть, что проведение цифрового спектрального анализа ЭЭГ и физиологическая интерпретация полученных при этом данных требуют большой осторожности. Кажущаяся ввиду использования вычислительной техники достоверность результатов при неправильном выборе исходных параметров может привести исследователя к ошибочным выводам.

ЛИТЕРАТУРА

1. EEG Informatics. A Didactic Review of Methods and Applications of EEG Data Processing/Ed. Remond A. Amsterdam: Elsevier Scientific, 1977. 425 p.
2. Barlow J. Computerized Clinical Electroencephalography in Perspective//IEEE Trans. on BME. 1979. V. 26. P. 377.
3. Gevins A. S. Pattern Recognition of Human Brain Electric Potentials//IEEE Trans. on PAMI. 1980. V. 2. P. 383.
4. Майоров О. Ю., Глухов А. Б. Системный подход к моделированию работы лимбической системы в условиях экспериментального эмоционального стресса; способы оценки адекватности модели//Эмоции и поведение: системный подход: Тез. докл. междунар. советско-американской Павловской конф. памяти П. К. Анохина. Москва, 1984. С. 185.
5. Masao Saito. EEG analysis in clinical environment//Recent Advances in EEG and EMG Data Processing/Eds Yamaguchi N., Fujisawa K. Amsterdam: Elsevier Press, 1981. V. 1. P. 17.

6. Труш В. Д., Кориневский А. В. ЭВМ в нейрофизиологических исследованиях//М.: Наука, 1978. 237 с.
7. Jenkins G., Watts D. Spectral analysis and applications. San Francisco: Holden-Day, 1968. 525 p.
8. Кратин Ю. Г., Гусельников В. И. Техника и методика электроэнцефалографии. Л.: Наука, 1971. 319 с.
9. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. Основные методы. М.: Мир, 1982. 428 с.
10. Думенко В. Н. Корреляционные отношения корковых потенциалов у собак в процессе выработки двигательных пищевых условных рефлексов//ЖВНД. 1985. Т. 35. № 1. С. 94.
11. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1972. Т. 1. 320 с.
12. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М.: Мир, 1974. 463 с.
13. Грибанов Ю. И., Мальков В. П. Погрешности и параметры цифрового спектрально-корреляционного анализа. М.: Радио и связь, 1984. 160 с.

НИИ охраны здоровья детей
и подростков им. Н. К. Крупской,
Харьков

Харьковский политехнический
институт им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию
7.III.1986